UNIVERSIDAD CATÓLICA BOLIVIANA "SAN PABLO"
UNIDADES ACADÉMICAS CAMPESINAS
CARRERA DE AGROINDUSTRIA
BATALLAS

PRÁCTICA 6 - CÁLCULO I

(La Derivada y sus Aplicaciones)

PARTE I

Docente: ***Lic. Bismar Choque Nina***

Dadas las siguientes funciones. Hallar su derivada por definición, es decir, si $f(x)$ es la función dada, entonces la derivada es:

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

1. $f(x) = -4$
2. $f(x) = 7x + 3$
3. $f(x) = 4 + 5x - 2x^2$
4. $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$
5. $f(x) = 3x$
6. $f(x) = 2x^2 + 3$
7. $f(x) = 5x - x^2 + 7$
8. $f(x) = -\sqrt{1-x^2}$
9. $f(x) = \sqrt{2x^3+5}$
10. $f(x) = \cos^2 x$
11. $f(x) = \frac{2+3x^2}{5x^2}$
12. $f(x) = \frac{2e^x-2}{4x}$
13. $f(x) = \sqrt{e^x - 1}$

En los siguientes ejercicios, determine $f'(x_1)$ aplicando la definición.

14. $f(x) = \frac{8}{x-2}; x_1 = 6$
15. $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} - 1; x_1 = 4$
16. $f(x) = \sin x; x_1 = 0$
17. $f(x) = \cos x; x_1 = 0$
18. $f(x) = \sin x; x_1 = \frac{1}{2}\pi$
19. $f(x) = \cos x; x_1 = \frac{1}{2}\pi$
20. $f(x) = \sec x; x_1 = 0$
21. $f(x) = \tan x; x_1 = 0$

En los siguientes ejercicios, haga lo siguiente:

a) Dibuje la gráfica de la función
b) Determine si f es continua en x_1
c) Calcule $f'_-(x_1)$ y $f'_+(x_1)$ si existen
d) Determine si f es diferenciable en x_1

22. $f(x) = \begin{cases} x+a & \text{si } x \le -4 \\ -x-6 & \text{si } -4 < x. \end{cases} \quad x_1 = -4$
23. $f(x) = \begin{cases} 3-2x & \text{si } x < 2 \\ 3x-7 & \text{si } 2 \le x. \end{cases} \quad x_1 = 2$
24. $f(x) = |x-3|\ ; x_1 = 3$
25. $f(x) = 1 + |x+2|\ ; x_1 = -2$
26. $f(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 0 \\ x-1 & \text{si } 0 \le x. \end{cases} \quad x_1 = 0$
27. $f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \le 0 \\ x^2 & \text{si } 0 < x. \end{cases} \quad x_1 = 0$
28. $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \le 0 \\ -x^2 & \text{si } 0 < x. \end{cases} \quad x_1 = 0$
29. $f(x) = \begin{cases} x^2-4 & \text{si } x < 2 \\ \sqrt{x-2} & \text{si } 2 \le x. \end{cases} \quad x_1 = 2$
30. $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x} & \text{si } x < 1 \\ (1-x)^2 & \text{si } 1 \le x. \end{cases} \quad x_1 = 1$
31. $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 1 \\ -1-2x & \text{si } -1 \le x. \end{cases} \quad x_1 = -1$
32. $f(x) = \begin{cases} 2x^2-3 & \text{si } x \le 2 \\ 8x-11 & \text{si } 2 < x. \end{cases} \quad x_1 = 2$
33. $f(x) = \begin{cases} x^2-9 & \text{si } x < 3 \\ 6x-18 & \text{si } 3 \le x. \end{cases} \quad x_1 = 3$

34. $f(x) = \sqrt[3]{x+1}$;$x_1 = -1$

35. $f(x) = (x-2)^{-2}$; $x_1 = 2$

36. $f(x) = \begin{cases} 5-6x & \text{si } x \leq 3 \\ -4-x^2 & \text{si } 3 < x. \end{cases}$ $x_1 = 3$

37. $f(x) = \begin{cases} -x^{\frac{2}{3}} & \text{si } x \leq 0 \\ x^{\frac{2}{3}} & \text{si } 0 < x. \end{cases}$ $x_1 = 0$

38. $f(x) = \begin{cases} x-2 & \text{si } x < 0 \\ x^2 & \text{si } 0 \leq x. \end{cases}$ $x_1 = 0$

39. $f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{si } x \leq 1 \\ x+1 & \text{si } 1 < x. \end{cases}$ $x_1 = 1$

40. $f(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{si } x \leq 2 \\ x^3 & \text{si } 2 < x. \end{cases}$ $x_1 = 2$

41. $f(x) = \begin{cases} x^2+1 & \text{si } x < -1 \\ 1-x^2 & \text{si } -1 \leq x. \end{cases}$ $x_1 = 1$

42. Sea

$$f(x) = \begin{cases} x^2-7 & \text{si } 0 \leq x \leq b \\ \frac{6}{x} & \text{si } b < x. \end{cases}$$

   a) Determine un valor de b tal que f sea continua en b.
   b) Dibuje la gráfica de f con el valor de b determinado en el inciso (a)
   c) ¿Es diferenciable f en el valor de b determinado en el inciso (a)?

43. Determine los de a y b tales que la función f sea diferenciable en 1 y después dibuje la gráfica de f si:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 1 \\ ax+b & \text{si } 1 \leq x. \end{cases}$$

44. Determine los valores de a y b tales que la función f sea diferenciable en 2 y después dibuje la gráfica de f si:

$$f(x) = \begin{cases} ax+b & \text{si } x < 2 \\ 2x^2-1 & \text{si } 2 \leq x. \end{cases}$$

45. Hallar la ecuación de la recta tangente y la normal a la curva $f(x) = x^2+1$ en el punto $(1,2)$

46. Hallar la ecuación de la recta tangente y normal a la curva $f(x) = \ln(x-1)$ en el punto $(e+1,1)$

47. Hallar la ecuación de la recta tangente y normal a la curva $f(x) = x^3+x^2$ en el punto $(1,2)$

48. Hallar la ecuación de la recta tangente y normal a la curva $f(x) = x^3-4$ en el punto $(2,4)$

49. Hallar la ecuación de la recta tangente y normal a la curva $f(x) = \frac{8}{x^2+4}$ en el punto $(2,1)$

50. Hallar la ecuación de la recta tangente y normal a la curva $y = \frac{10}{14-x^2}$ en el punto $(4,-5)$

51. Hallar la ecuación de la recta normal y tangente a la curva $y = 4x^2-8x$ en el punto $(1,-4)$

En los siguientes ejercicios, hallar la derivada de las siguientes funciones.

52. $f(x) = 7x - 5$

53. $g(x) = 8 - 3x$

54. $g(x) = 1 - 2x - x^2$

55. $f(x) = 4x^2 + x + 1$

56. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 2$

57. $f(x) = 3x^4 - 5x^2 + 1$

58. $f(x) = \frac{1}{8}x^8 - x^4$

59. $g(x) = x^7 - 2x^5 + 5x^3 - 7x$

60. $F(t) = \frac{1}{4}t^4 - \frac{1}{2}t^2$

61. $H(x) = \frac{1}{3}x^3 - x + 2$

62. $v(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$

63. $g(y) = y^{10} + 7y^5 - y^3 + 1$

64. $F(x) = x^2 + 3x + \frac{1}{x^2}$

65. $f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{3}{x^3}$

66. $g(x) = 4x^4 - \frac{1}{4x^4}$

67. $f(x) = x^4 - 5 + x^{-2} + 41x^{-4}$

68. $g(x) = \frac{3}{x^2} + \frac{5}{x^4}$

69. $H(x) = \frac{5}{6x^5}$

70. $f(s) = \sqrt{3}(s^3 - s^2)$

71. $g(x) = (2x^2 + 5)(4x - 1)$

72. $f(x) = (2x^4 - 1)(5x^3 + 6x)$

73. $f(x) = (4x^2 + 3)^2$

74. $G(y) = (7 - 3y^3)^2$

75. $F(t) = (t^3 - 2t + 1)(2t^2 + 3t)$

76. $y = \frac{x^4+1}{x^2}$

77. $y = \frac{3}{x} - \frac{1}{3x^3}$

78. $D_x[(x^2 - 3x + 2)(2x^3 + 1)]$

79. $D_x(\frac{2x}{x+3})$

80. $D_x(\frac{x}{x-1})$

81. $D_y(\frac{2y+1}{3y+4})$

82. $\frac{d}{dx}(\frac{x^2+2x+1}{x^2-2x+1})$

83. $\frac{d}{dx}(\frac{4-3x-x^2}{x-2})$

84. $\frac{d}{dt}(\frac{5t}{1+2t^2})$

85. $\frac{d}{dx}(\frac{x^4-2x^2+5x+1}{x^4})$

86. $\frac{d}{dy}(\frac{y^3-8}{y^3+8})$

87. $\frac{d}{ds}(\frac{s^2-a^2}{s^2+a^2})$

88. $D_x[\frac{2x+1}{x+5}(3x - 1)]$

89. $D_x[\frac{x^3+1}{x^2+3}(x^2 - 2x^{-1} + 1)]$

90. $f(x) = 3\sin x$

91. $g(x) = \sin x + \cos x$

92. $g(x) = \tan x + \cot x$

93. $f(x) = 4\sec x - 2\csc x$

94. $f(t) = 2t\cos t$

95. $f(x) = 4x^2\cos x$

96. $g(x) = x\sin x + \cos x$

97. $g(y) = 3\sin y - y\cos y$

98. $h(x) = 4\sin x\cos x$

99. $f(x) = x^2\sin x + 2x\cos x$

100. $f(x) = x^2\cos x - 2x\sin x - 2\cos x$

101. $h(y) = y^3 - y^2\cos y + 2y\sin y + 2\cos y$

102. $f(x) = 3\sec x\tan x$

103. $f(t) = \sin t\tan t$

104. $f(y) = \cos y\cot y$

105. $h(x) = \cot x\csc x$

106. $D_z(\frac{2\cos z}{z+1})$

107. $D_t(\frac{\sin t}{t})$

108. $\frac{d}{dx}(\frac{\sin x}{1-\cos x})$

109. $\frac{d}{dx}(\frac{x+4}{\cos x})$

Aplicando en teorema de la Regla de la Cadena, hallar la derivada de las siguientes funciones.

110. $f(x) = (2x + 1)^3$

111. $f(x) = (10 - 5x)^4$

112. $F(x) = (x^2 + 4x - 5)^4$

113. $g(r) = (2r^4 + 8r^2 + 1)^5$

114. $f(t) = (2t^4 - 7t^3 + 2t - 1)^2$
115. $H(z) = (z^3 - 3z^2 + 1)^{-3}$
116. $f(x) = (x^2 + 4)^{-2}$
117. $g(x) = \sin x^2$
118. $f(x) = 4\cos(3x) - 3\sin(4x)$
119. $G(x) = \sec^2 x$
120. $h(t) = \frac{1}{3}\sec^3(2t) - \sec(2t)$
121. $f(x) = \cos(3x^2 + 1)$
122. $f(x) = \sec^2 x \tan^2 x$
123. $f(x) = 2\sin^3 t \cos^2 t$
124. $g(t) = \cot^4 t - \csc^4 t$
125. $h(x) = (4x^2 + 7)^2(2x^3 + 1)^4$
126. $f(x) = (\frac{x-7}{x+2})^2$
127. $f(t) = (\frac{2t^2+1}{3t^3+1})^2$
128. $g(t) = \sin^2(3t^2 - 1)$
129. $g(x) = \tan^2 x^2$
130. $f(x) = (\tan^2 x - x^2)^3$
131. $G(x) = (2\sin x - 3\cos x)^3$
132. $F(x) = 4\cos(\sin(3x))$
133. $f(x) = \sin^2(\cos(2x))$
134. $f(x) = \ln(2x + 3)$
135. $f(x) = \ln(x^3 - \tan x)$
136. $f(x) = \log(x^3 \ln(x - 1))$
137. $f(x) = \ln(e^{x-1})$
138. $f(x) = e^{2x^3-4x}$
139. $f(x) = 3^{-x^{\frac{1}{3}}+5x^2}$
140. $f(x) = \frac{1-2\sin x}{\cos(3x)}$
141. $f(x) = (\tan x)^{\ln(x+3)}$
142. $f(x) = \sqrt[3]{\frac{\ln x^3}{x^2-2x}}$
143. $f(x) = \frac{\cos(5x)}{e^{(x-5)}}$
144. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - x^{\frac{3}{7}}$
145. $f(x) = [\sec(\ln x)]^{(3x^2-2x^3+3)}$
146. $f(x) = \csc(\frac{2x-\cos x}{\ln(x^2-4)})$

En los siguientes ejercicios, hallar y'

147. $x^2 + y^2 = 16$
148. $4x^2 - 9y^2 = 1$
149. $x^3 + y^3 = 8xy$
150. $x^2 + y^2 = 7xy$
151. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1$
152. $\frac{3}{x} - \frac{3}{y} = 2x$
153. $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 4$
154. $2x^3y + 3xy^3 = 5$
155. $x^2y^2 = x^2 + y^2$
156. $(2x + 3)^4 = 3y^4$
157. $y = \cos(x - y)$
158. $x = \sin(x + y)$
159. $\sec^2 x + \csc^2 y = 4$
160. $\cot(xy) + xy = 0$
161. $x\sin y + y\cos x = 1$
162. $\cos(x + y) = y\sin x$

En los siguientes ejercicios hallar y'

163. $e^{y+\sin(x+3y)} = \frac{2xs^3-y}{\tan(\frac{2}{3y^2}+1)}$
164. $e^{\ln(\sec(x^y+y))} = \frac{y^x}{2-x^2y}$
165. $y = \sqrt[5]{\frac{(x^2-2x+1)^3}{(x^2+2x+1)^3}}$
166. $y = e^{(\sin(x+x^2))}\tan(x^2 + 1)$
167. $y = \frac{(3x+2)^2\sqrt[7]{(2x-3)^4}}{\sqrt[4]{(2x^2+4x+1)^2}}$
168. $y = \frac{\ln(e^{\sin^2 x})\sqrt[3]{(2x-x^{\frac{1}{3}})^2}}{e^{(x^3+2x)}\sec^2 x}$